

Bài 1: (1,0 điểm)

Thực hiện phép tính

a). $\sqrt{12} - 2\sqrt{48} + \frac{7}{5}\sqrt{75}$

b). $\sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$

Bài 2: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x + \sqrt{9x} - 1}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) : \frac{1}{x-1}$ (Với $x \geq 0, x \neq 1$).

a). Rút gọn biểu thức A.

b). Tìm số tự nhiên x để $\frac{1}{A}$ là số tự nhiên.

Bài 3: (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = x - 2$ có đồ thị (d), hàm số $y = 3x$ có đồ thị (d') và hàm số $y = (m - 2)x + 3$ có đồ thị (D).

- a). Vẽ đồ thị (d) và đồ thị (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
b). Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị (d) và đồ thị (d') bằng phép tính.
c). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (D) có giá trị lớn nhất.

Bài 4: (4,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O, bán kính R, kẻ đường kính AB và dây cung AM có độ dài bằng R. Tia OM cắt tiếp tuyến Ax (A là tiếp điểm) của đường tròn (O) tại P. Tiếp tuyến PN của (O) (N là tiếp điểm, N khác A) cắt đường thẳng AB ở Q.

- a). Chứng minh OP là đường trung trực của AN.
b). Chứng minh AM song song với ON và tính AP theo R.
c). Chứng minh tam giác APN đều và tính diện tích tam giác APQ theo R.
d). AM cắt PQ tại H. Chứng minh rằng AP và AN là hai tiếp tuyến của đường tròn (M;MH).

HẾT

Họ và tên thí sinh:.....số báo danh:.....

Họ và tên GT1:.....ký tên:.....

Họ và tên GT1:.....ký tên:.....

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM

(Gồm có 04 trang)

Bài 1: (1,0 điểm)

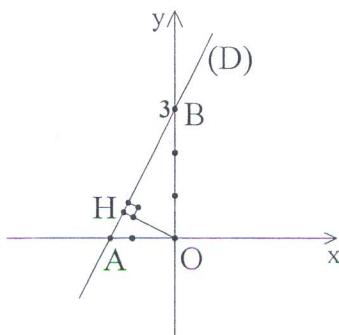
Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
	Thực hiện phép tính	1,0
a).	$\sqrt{12} - 2\sqrt{48} + \frac{7}{5}\sqrt{75}$	0,5
	$\sqrt{12} - 2\sqrt{48} + \frac{7}{5}\sqrt{75} = \sqrt{3.4} - 2\sqrt{3.16} + \frac{7}{5}\sqrt{3.25}$	0,25
	$= 2\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 7\sqrt{3} = \sqrt{3}$	0,25
b).	$\sqrt{(3+\sqrt{2})^2} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$	0,5
	$\sqrt{(3+\sqrt{2})^2} + \sqrt{6-4\sqrt{2}} = \sqrt{(3+\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$	0,25
	$= 3+\sqrt{2}+2-\sqrt{2} = 5$	0,25

Bài 2: (2,0 điểm)

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
	Cho biểu thức A = $\left(\frac{x+\sqrt{9x}-1}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{1}{x-1}$ (Với x ≥ 0, x ≠ 1).	2,0
a).	Rút gọn biểu thức A.	1,0
	$A = \left(\frac{x+\sqrt{9x}-1}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{1}{x-1} = \left(\frac{x+3\sqrt{x}-1-\sqrt{x}-2-\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} \right) : \frac{1}{x-1}$	0,5
	$= \left(\frac{x+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} \right) \cdot (x-1)$	0,25
	$= x-1$ (với x ≥ 0, x ≠ 1)	0,25
b).	Tìm số tự nhiên x để $\frac{1}{A}$ là số tự nhiên.	1,0
	Để $\frac{1}{A}$ là số tự nhiên khi và chỉ khi $x-1=1$	0,5
	$\Leftrightarrow x=2$ (tmđk x ≥ 0, x ≠ 1)	0,25
	Vậy khi x = 2 thì $\frac{1}{A}$ là số tự nhiên	0,25

Bài 3: (3,0 điểm)

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM									
	Cho hàm số $y = x - 2$ có đồ thị (d), hàm số $y = 3x$ có đồ thị (d') và hàm số $y = (m - 2)x + 3$ có đồ thị (D).	3,0									
a).	Vẽ đồ thị (d) và đồ thị (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ.	1,0									
	Giá trị y tương ứng của các hàm số $y = x - 2$ và $y = 3x$ theo giá trị của biến x là:	0,5									
	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$y = x - 2$</td> <td>-2</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>$y = 3x$</td> <td>0</td> <td>3</td> </tr> </table>	x	0	1	$y = x - 2$	-2	-1	$y = 3x$	0	3	
x	0	1									
$y = x - 2$	-2	-1									
$y = 3x$	0	3									
	Đồ thị (d) và đồ thị (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ	0,5									
b).	Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị (d) và đồ thị (d') bằng phép tính.	1,0									
	Hoành độ giao điểm A của (d) và (d') là nghiệm của phương trình: $3x = x - 2$	0,25									
	$\Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$	0,5									
	$A(-1; y_A) \in (d) \Leftrightarrow y_A = -1 - 2 \Leftrightarrow y_A = -3$										
	Vậy tọa độ giao điểm A của đồ thị (d) và đồ thị (d') là: A(-1; -3)	0,25									
c).	Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (D) có giá trị lớn nhất.	1,0									
	* Trường hợp $m \neq 2$:										
	Đường thẳng (D) cắt trục hoành tại điểm $A\left(-\frac{3}{m-2}; 0\right)$ và cắt trục tung tại điểm $B(0; 3)$.	0,25									



Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm O trên đường thẳng (D) .

Suy ra: OH là khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (D) .

Trong tam giác vuông OAB , ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{\left(\frac{-3}{m-2}\right)^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{(m-2)^2 + 1}{9} \Rightarrow OH^2 = \frac{9}{(m-2)^2 + 1}$$

0,25

$$\text{Vì } m-2 \neq 0 \Rightarrow (m-2)^2 + 1 > 1 \Rightarrow \frac{9}{(m-2)^2 + 1} < 9$$

Suy ra: $OH^2 < 9 \Leftrightarrow OH < 3$

0,25

* **Trường hợp $m = 2$:** Ta có hàm số $y = 3$. Đồ thị hàm số $y = 3$ là một đường thẳng song song với trục hoành và cách trục hoành một khoảng bằng 3.

Nên khoảng cách từ O đến đường thẳng $y = 3$ là 3.

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

0,25

Bài 4: (4,0 điểm)

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
	Cho đường tròn tâm O , bán kính R , kẻ đường kính AB và dây cung AM có độ dài bằng R . Tia OM cắt tiếp tuyến Ax (A là tiếp điểm) của đường tròn (O) tại P . Tiếp tuyến PN của (O) (N là tiếp điểm, N khác A) cắt đường thẳng AB ở Q .	4,0
a).	Chứng minh OP là đường trung trực của AN .	1,0
	<p>Học sinh chỉ vẽ đủ hình để giải câu a)</p>	0,25

	PA, PN là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) xuất phát từ P, nên $PA = PN$	0,25
	Mà: $OA = ON = R$	0,25
	Vậy OP là đường trung trực của AN	0,25
b).	Chứng minh AM song song với ON và tính AP theo R.	1,25
	Tam giác OAM đều ($AM = OA = OM = R \Rightarrow \widehat{AMO} = \widehat{AOM} = 60^\circ$)	0,25
	Mà: $\widehat{MON} = \widehat{AOM}$ (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau)	
	Suy ra: $\widehat{AMO} = \widehat{MON} = 60^\circ$	0,25
	Vậy: $AM // ON$	0,25
	Ta có: $AP \perp OA$ (vì AP là tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{OAP} = 90^\circ$	0,25
	Tam giác PAO vuông tại A, nên: $AP = OA \cdot \tan \widehat{AOP} = R \cdot \tan 60^\circ = R\sqrt{3}$	0,25
c).	Chứng minh tam giác APN đều và tính diện tích tam giác APQ theo R.	1,25
	Có: $\widehat{PAN} = \widehat{AOM}$ (cùng phụ với \widehat{OAN})	
	Do đó: $\widehat{PAN} = 60^\circ$	0,5
	Mà: $PA = PN$	
	Suy ra: Tam giác PAN đều.	0,25
	Nên: $\widehat{APQ} = 60^\circ$	
	Tam giác APQ vuông tại A, nên: $AQ = AP \cdot \tan \widehat{APQ} = R\sqrt{3} \cdot \tan 60^\circ = R\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3R$	0,25
	$S_{\Delta APQ} = \frac{1}{2} \cdot PA \cdot AQ = \frac{1}{2} \cdot R\sqrt{3} \cdot 3R = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$ (đvdt)	0,25
d).	Chứng minh rằng AP và AN là hai tiếp tuyến của đường tròn (M; MH).	0,5
	Ta có: $ON \perp PN$ (vì PN là tiếp tuyến), $AM // ON$	
	Suy ra: $MH \perp PN$	0,25
	Nên MH là khoảng cách từ M đến PN.	
	ΔAPN đều có AH là đường cao, nên AH cũng là đường phân giác của ΔAPN	
	Mà: PO là phân giác của \widehat{APN} (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau)	
	Suy ra: Đường tròn (M; MH) là đường tròn nội tiếp ΔAPN .	0,25
	Vậy: AP và AN là hai tiếp tuyến của đường tròn (M; MH).	

Ghi chú:

- Học sinh giải cách khác hướng dẫn giải, giải đúng cho điểm tối đa.
- Học sinh giải đúng phần nào cho điểm phần đó.

HẾT